

INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES N°1

Rappels sur les suites numériques

Exercice n°1 : Sens de variation : 8 points

1. Soit f la fonction définie sur $[0 ; 4]$ par :

$$f(x) = \frac{2 + 3x}{4 + x}$$

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_n = \frac{2 + 3n}{4 + n}$$

- a) Calculer u_1 .
- b) Montrer que f est croissante sur l'intervalle $[0; 4]$.
- c) En déduire le sens de variations de la suite (u_n) .

2. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 0,98u_n + 250$ et $u_0 = 10560$. On admet que pour tout entier naturel n , $u_n \leq 12\,500$.

Déterminer le sens de variations de la suite (u_n) .

Exercice n°2 : D'après Bac Polynésie 2021 : 12 points

En 2021, une espèce animale comptait 10 000 individus. L'évolution observée les années précédentes conduit à estimer qu'à partir de l'année 2021, cette population baissera de 5% à chaque début d'année. Pour ralentir cette baisse, il a été décidé de réintroduire 200 individus à la fin de chaque année, à partir de 2021.

On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n est le nombre d'animaux à l'année $2021 + n$. On a donc $u_0 = 10\,000$.

- 1. Calculer u_1 et vérifier $u_2 = 9\,415$.
- 2. Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,95u_n + 200$.

3. On admet que pour tout entier naturel n , $u_n > 4\,000$. Etudier le sens de variation de la suite (u_n) .
4. Pour tout entier naturel n , on définit la suite (v_n) par ; $v_n = u_n - 4000$.
 - a) Calculer v_0 .
 - b) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,95$.
 - c) En déduire une expression de v_n en fonction de n puis de u_n en fonction de n .